CONCOURS D'ADMISSION 2020

FILIERE UNIVERSITAIRE INTERNATIONALE
FORMATION FRANCOPHONE
FUI-FF_ Session 1_Automne

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Samedi 14 Septembre 2019 de 08h30 à 11h30

Durée : 3 heures

L'utilisation des calculatrices non programmables est autorisée pour cette épreuve.

Thème de l'épreuve : l'atmosphère.

Ce sujet s'intéresse à différentes propriétés de l'atmosphère terrestre. La première partie étudie différents modèles permettant de décrire la pression atmosphérique. La seconde étudie l'atmosphère en tant que milieu propagatif pour différents types de rayonnement. La troisième partie propose une étude simplifiée de cyclones.

Formulaire :

- dérivée partielle : on considère une fonction de plusieurs variables $f(x,y)$ et on rappelle que la **dérivée partielle,** par exemple $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, de cette fonction est sa dérivée par rapport à l'une de ses variables, ici x, les autres étant gardées constantes.

  Exemple : $f(x,y) = x^2\cos(3y) \longrightarrow \partial f/\partial x = 2x\cos(3y)$ et $\partial f/\partial y = -3x^2\sin(3y)$.

- différentielle d'une fonction : $df(x,y,z) = \left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)dx + \left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)dy + \left(\dfrac{\partial f}{\partial z}\right)dz$

- gradient d'une fonction, en coordonnées cartésiennes :

  $$\vec{\mathrm{grad}}\,(f(x,y,z)) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\vec{e}_x + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\vec{e}_y + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)\vec{e}_z$$

- Dans l'ensemble du sujet i est le nombre complexe tel que $i^2 = -1$.

- facteur de Lorentz : $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

- le nombre N de particules d'un échantillon se désintégrant selon un processus physique aléatoire du premier ordre suit l'équation d'évolution suivante : $\dfrac{dN}{dt} = -\lambda N$

Données numériques :

- masse molaire du dioxygène = 32 g/mol
- masse molaire du diazote = 28 g/mol

Partie A : La pression atmosphérique

A.1. Définir la pression existant en un point d'un fluide au repos. On introduira un élément de surface dS de dimension mésoscopique centré sur ce point.

A.2. Donner l'équation d'état du gaz parfait. Quels sont les termes correctifs apportés pour un gaz de Van der Waals ? Les interpréter.

A.3. Exprimer, dans un référentiel galiléen, la condition d'équilibre d'un fluide placé dans le seul champ de pesanteur (équation fondamentale de la statique de fluides). On notera μ la masse volumique du fluide, $\vec{g}$ le champ de pesanteur.

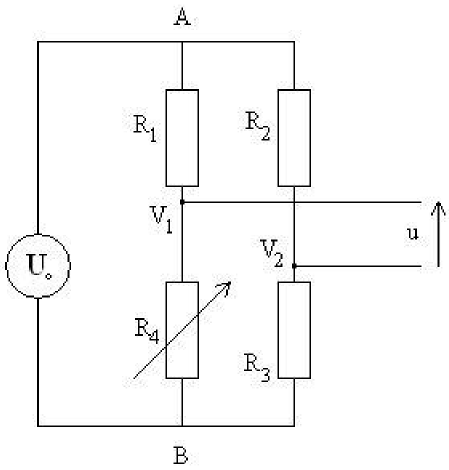
A.4. On trouve dans le commerce spécialisé différents types de capteurs de pression, délivrant un signal électrique permettant un affichage direct.

A.4.a. Si l'on veut mettre en évidence la variation de pression atmosphérique entre différents points d'une salle de classe, peut-on choisir un capteur qui détecte les pressions à un millibar près ?

A.4.b. Un des principes de fonctionnement des capteurs de pression est le suivant : l'une des quatre résistances d'un pont de Wheastone, notée R_4, implantée sur une membrane élastomère, est sensible à la différence de pression existant entre les faces de la membrane. Une variation de pression ΔP modifie cette résistance d'une valeur ΔR_4, selon une loi du type :

$$\Delta R_4 = k \cdot \Delta P \cdot R_4,$$

et déséquilibre le pont. Une tension u apparaît alors aux bornes du détecteur (voir figure ci-contre). Le montage est en circuit ouvert.



Établir la relation existant entre les résistances à l'équilibre du pont, c'est-à-dire lorsque $u = 0$. Pour la suite, on admettra que les résistances R_1, R_2 et R_3 ont même valeur R.

A.4.c. La résistance R_4 est en fait une jauge d'extensométrie, parallélépipédique de dimensions a, b, c. Sous l'effet de la pression, elle subit un allongement Δa qui est accompagné de la contraction des dimensions transversales.

Justifier que la relation entre les variations de ces dimensions peut s'écrire :

$$\frac{\Delta b}{b} = \frac{\Delta c}{c} = -\frac{\Delta a}{2a}.$$

A.4.d. Le déséquilibre a lieu à partir d'un pont équilibré. Que vaut alors R_4 ?

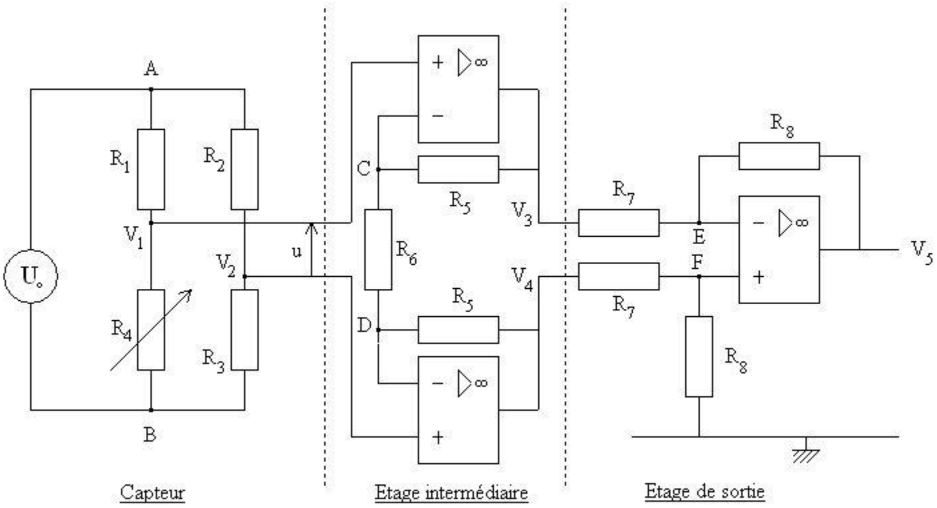
Établir l'expression de la tension u en fonction de U_0, k et ΔP.

<u>Application numérique :</u> $R_1 = R_2 = R_3 = 500\Omega$, $k = 10^{-6}\ \mathrm{Pa}^{-1}$, $U_0 = 12$ V.

Calculer la tension u obtenue pour une variation de pression égale à 10 hPa.

Exprimer la variation de la résistance R_4 en fonction de celle des dimensions de la jauge. En déduire la variation relative de la longueur a de la jauge. On supposera les lignes de courant longitudinales et on supposera que la jauge est assimilée à un conducteur ohmique.

A.5. Du fait de la faiblesse du signal à amplifier, on utilise le montage dit « amplificateur de différence » précédé d'un ensemble de deux amplificateurs linéaires intégrés montés symétriquement (figure ci-dessous) et supposés idéaux.



Montrer que l'on a : $V_3 - V_4 = u\left(1 + 2\dfrac{R_5}{R_6}\right)$.

En déduire l'expression de V_5 en fonction des résistances et de u.

<u>Application numérique :</u> $R_5 = 4.5\mathrm{k}\Omega$, $R_6 = 1.0\mathrm{k}\Omega$, $R_8 = 100\mathrm{k}\Omega$. Quelle valeur faut-il attribuer à R_7 si l'on veut obtenir une valeur de V_5 égale en valeur absolue à 100 mV ?

A.6. L'atmosphère terrestre constitue un ensemble gazeux complexe considéré ici comme un gaz parfait de masse molaire M. Pour décrire simplement le comportement de la couche basse de l'atmosphère, la troposphère, il est nécessaire de compléter l'hypothèse du gaz localement parfait, par une autre hypothèse relative aux échanges thermiques. On se propose dans cette question de comparer différentes hypothèses. On prendra pour la température et la pression au sol les valeurs $T_0 = 288$ K et $P_0 = 1,0$ bar.

A.6.a . Exprimer M en fonction des masses molaires du dioxygène et du diazote, et donner sa valeur.

A.6.b. On supposera dans la suite que le champ de pesanteur g reste constant. Justifier cette approximation pour une altitude inférieure à 11 km (troposphère).

A.6.c. Premier modèle : on suppose que la densité moléculaire reste constante quand l'altitude varie. Montrer que le gradient de température est alors une constante. Donner l'expression de la pression en fonction de l'altitude z.

Application numérique : A quelle altitude la valeur de la pression devient-elle la moitié de celle existant au sol ?

A.6.d. Deuxième modèle : On suppose que la température reste constante. Établir la loi de variation de la pression en fonction de l'altitude.

Application numérique : A quelle altitude la valeur de la pression devient-elle la moitié de celle existant au sol ?

A.6.e. Troisième modèle : L'air étant un bon isolant thermique, on fait dans ce modèle l'hypothèse d'échanges adiabatiques quasi-statiques. L'air est considéré comme un gaz parfait diatomique (le rapport des capacités calorifiques à pression constante et volume constant noté γ vaut $\gamma = 1,4$). Montrer que le gradient de température est alors une constante et établir la loi de variation de la pression en fonction de l'altitude.

Application numérique : A quelle altitude la valeur de la pression devient-elle la moitié de celle existant au sol ?

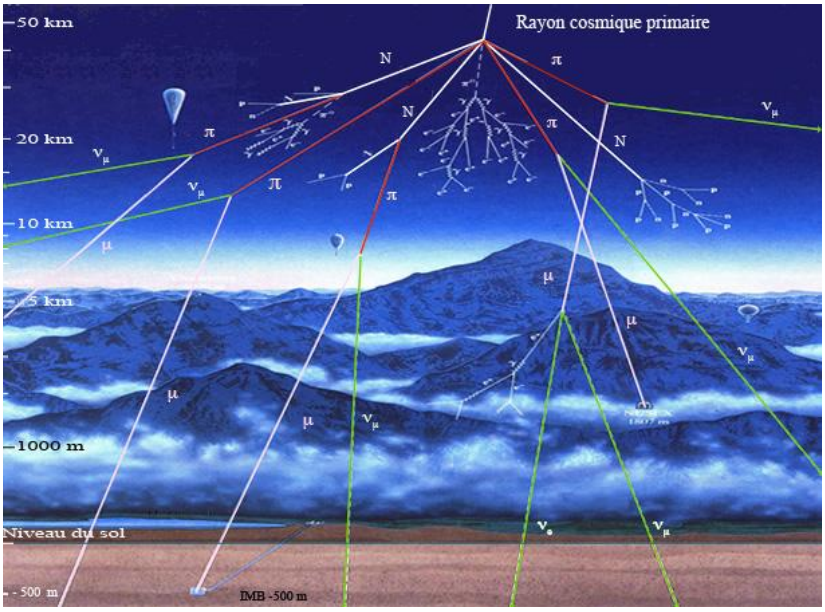
A.6.f. La connaissance de la pression atmosphérique est essentielle dans le domaine de l'aéronautique, puisqu'elle permet de déterminer l'altitude des avions. On définit une atmosphère standard établie à partir de la formule : $z = 100 \cdot T_0 \left[1 - (P/P_0)^{0,29}\right]$, où T_0 est la température absolue au sol, P la pression à l'altitude z exprimée en m, P_0 la pression au sol.

Cette formule correspond-elle à l'un des modèles précédents ?

Représenter la variation de la pression atmosphérique en fonction de z.

Partie B : L’atmosphère comme milieu propagatif

B.1. Les muons atmosphériques – L’atmosphère est bombardée en permanence par des particules très énergétiques (cosmiques primaires). Lorsque l'une de ces particules de très haute énergie en provenance de l'espace entre en collision avec un noyau de la haute atmosphère, elle produit une gerbe de particules qui interagissent à leur tour. Parmi ces particules secondaires, on trouve des *mésons* π chargés de courte durée de vie qui se transforment en muons positifs μ ou négatifs



B.1.a Le temps de vie moyen d'un muon dans son référentiel propre est de 2 millionième de seconde ($\tau_0 = 2.2$ µs). La plupart des muons cosmiques possèdent une grande énergie et circulent à des vitesses proche de la célérité de la lumière dans le vide. Lorsqu’on l’observe dans le référentiel terrestre, un muon de 1 GeV parcourra en moyenne 6,87 km dans l'atmosphère; un muon de 10 GeV près de 63 km. Quelle caractéristique de la relativité d’Einstein est mise en évidence par ces valeurs de parcours ?
Pour la suite de l’exercice on considère que tous les muons se propagent à la même vitesse.

B.1.b On rappelle que la loi de désintégration radioactive est caractéristique d’un processus physique aléatoire du premier ordre. Énoncer cette loi de désintégration donnant l’évolution de la population d’un échantillon en fonction du temps : $N(t)$.

B.1.c. On réalise une expérience de comptage des muons atmosphériques se propageant suivant la verticale du lieu. Pour cela on dispose de deux détecteurs identiques placés à deux altitudes différentes. Le premier est situé à $z = 1.9$ km par rapport au niveau de la mer, le second au niveau de la mer. Les mesures effectuées donnent 563 muons par heure pour le premier détecteur et 408 muons par heure pour le second. Le temps de parcours de la distance entre les deux détecteurs est de 6,4 µs.
Déduire de ces mesures le temps de vie des muons mesuré dans le référentiel terrestre. On introduira le temps de vie moyen des muons dans le référentiel terrestre noté τ et relié à τ_0 par le facteur de Lorentz selon : $\tau = \gamma\tau_0$.
Donner la valeur de célérité moyenne des muons atmosphériques.

B.2. Les ondes électromagnétiques radio – Une partie importante de l'activité des radioastronomes consiste à recevoir et analyser les ondes électromagnétiques provenant des corps célestes. Ceux-ci émettent des ondes dans toute la gamme des ondes radio, mais toutes ne peuvent pas être utilisées en radioastronomie. On se propose d'analyser les limites d'utilisation dans le cadre d'un modèle simplifié d'ondes électromagnétiques.

On admet que les ondes électromagnétiques émises par les corps célestes sont décrites par des champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ se propageant dans différents milieux depuis le milieu interstellaire et interplanétaire que l'on assimile à du vide (dépourvu de charges et de courants) jusqu'à parvenir à l'atmosphère terrestre. Que ce soit dans le milieu interstellaire ou dans l'ionosphère, on admettra que les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ qui se propagent peuvent s'écrire comme les parties réelles des champs complexes suivants :

$$\underline{\vec{E}} = \underline{E_y}\ \vec{u_y} = \underline{E_0} \cdot \exp\left(i(\omega t - kx)\right)\ \vec{u_y} \text{ et } \underline{\vec{B}} = \underline{B_z}\ \vec{u_z} = \underline{B_0} \cdot \exp\left(i(\omega t - kx)\right)\ \vec{u_z}.$$

L'axe dirigé par $\vec{u}_x$ est l'axe de propagation de l'onde (verticale du lieu) et $\vec{u_y}$, $\vec{u_z}$ complètent le trièdre orthonormé direct. $\underline{E_0}$ et $\underline{B_0}$ sont les amplitudes complexes des champs électrique et magnétique; ω est leur pulsation, c'est une grandeur toujours réelle et positive ; k est leur « module d'onde », grandeur éventuellement complexe.

B.2.a. Dans l'espace interstellaire, assimilé à du vide, l'équation de propagation du champ électrique (le même raisonnement serait valable pour le champ magnétique) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \underline{E_y}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{E_y}}{\partial t^2} = 0$$

Montrer que ω et k sont reliés par la relation de dispersion : $k = \omega/c$.

B.2.b. Pour être détectées par les télescopes terrestres, les ondes radio doivent franchir l'ionosphère : couche de particules ionisées, encore appelé plasma, située entre 100 et 500 km d'altitude. L'ionosphère est un plasma caractérisé par son nombre d'électrons par unité de volume, n, la masse de l'électron étant notée m.

Dans l'ionosphère ω et k sont reliés par la relation de dispersion : $k^2 = \left(\omega^2 - \omega_P^2\right)/c^2$, où ω_P est une constante caractéristique du milieu, appelée « pulsation plasma ».

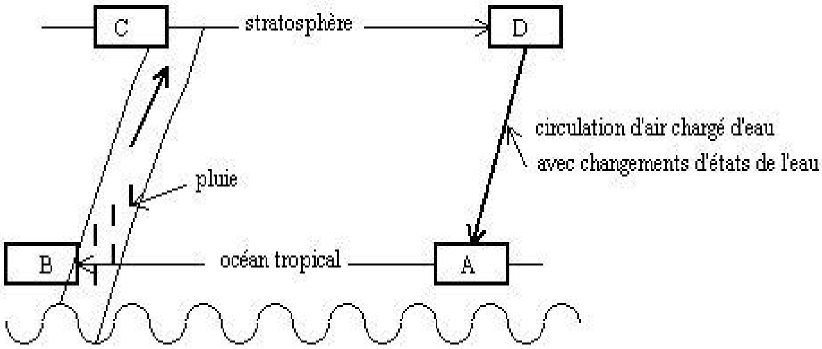
Pourquoi dit-on du plasma que c'est un milieu dispersif? Qu'en est-il de l'espace interstellaire ?

B.2.c. Calculer k en fonction de ω, ω_P et c en distinguant deux régimes différents.

B.2.d On envisage le cas $\omega < \omega_P$ et on s'intéresse aux ondes radio à l'intérieur de l'ionosphère. Donner successivement les expressions des champs électriques complexe puis réel. En déduire que les ondes radio de pulsation $\omega < \omega_P$ ne peuvent pas traverser l'ionosphère.

Partie C : Un modèle de cyclone

Un cyclone fonctionne comme une machine de Carnot géante entre l'océan, source chaude, et la haute atmosphère, source froide (figure ci-contre).



Les transformations thermodynamiques sont les suivantes :

- De A à B, échange avec la source chaude isotherme qu'est l'océan, température T_2 ;
- De B à C, détente quasi-isentropique, entropie massique s_2 ;
- De C à D, échange avec la source froide isotherme (stratosphère), température T_1 ;
- De D à A, compression quasi-isentropique, entropie massique s_1.

La haute atmosphère et l'océan sont considérés comme 2 sources idéales de températures thermodynamiques respectives T_1 (source froide) et T_2 (source chaude). Les étapes isothermes sont supposées réversibles. Le passage du contact avec une source de chaleur au contact avec l'autre source est supposé avoir lieu de manière adiabatique réversible.

C.1. Représenter le cycle de Carnot dans un diagramme entropique (entropie en abscisse, température en ordonnée). L'allure de ce diagramme dépend-elle de l'équation d'état du corps qui décrit le cycle de Carnot ?

C.2. Dans quel sens un cycle de Carnot moteur est-il parcouru ? On raisonnera comme dans le cas d'un diagramme de Clapeyron. Exprimer son rendement en fonction des températures T_1 et T_2. Calculer la valeur numérique de ce rendement d'une machine de Carnot fonctionnant entre – 60 °C et + 28 °C.

C.3. Pourquoi ne construit-on pas de voiture automobile fonctionnant sur le modèle du cycle de Carnot ?

C.4. Dans quel sens un cycle de Carnot récepteur est-il parcouru ? Exprimer son efficacité comme pompe à chaleur, en fonction des températures T_1 et T_2. Calculer la valeur numérique de cette efficacité.