

## Épreuves orales de Mathématiques, Filières MP, PC et PSI

Les paragraphes suivants rassemblent les impressions qu'ont laissées aux examinateurs de mathématiques les oraux de l'édition 2020 du concours.

Les examinateurs espèrent que les candidats malheureux de cette année trouveront dans ce rapport un début d'explication pour leur échec et que sa lecture permettra aux candidats du concours de 2021 d'aborder les oraux dans de bonnes conditions.

D'abord quelques points sur les particularités de la session 2020. Cette année, suite aux contraintes imposées par les conditions sanitaires, l'organisation des épreuves orales a été profondément modifiée. Celles-ci se sont tenues fin juillet, en parallèle dans plusieurs centres. Afin d'aider les candidats dans leur préparation, l'École polytechnique a mis en ligne au mois de juin, une liste d'exercices posés en 2019, avec leurs corrigés.

Il y avait une seule épreuve orale de mathématiques, quelle que soit la filière. L'épreuve était d'une heure, avec deux examinateurs qui interrogeaient sur au moins deux parties différentes du programme. Il était proposé un premier exercice d'une durée d'une trentaine de minutes avec un premier examinateur, suivi d'un deuxième exercice avec le deuxième examinateur, les deux examinateurs pouvant bien entendu intervenir sur chacun des exercices. Ce découpage a pu impliquer éventuellement l'arrêt du premier exercice avant sa résolution complète, mais ceci n'avait pas de conséquence sur la note finale. La totalité de l'épreuve était évaluée avec une note unique. Les candidats ne semblent pas avoir été déstabilisés par ce nouveau format. Le fait de changer de sujet a pu permettre à certains de rebondir.

Depuis la session 2015, les nouveaux programmes sont appliqués lors des oraux du concours. Il est important de rappeler que l'épreuve orale porte sur l'ensemble du programme, y compris la théorie des probabilités. Bien évidemment les exercices sont minutieusement conçus pour que seuls les théorèmes du programme suffisent à leur résolution.

L'oral de mathématiques doit permettre à l'examinateur d'évaluer la compréhension qu'a le candidat des concepts et méthodes fondamentaux du programme de mathématiques.

Pendant l'interrogation, l'autonomie du candidat est particulièrement importante. L'examinateur apprécie la capacité de ce dernier à aller de l'avant, ainsi que son aptitude à imaginer des stratégies et à faire preuve d'agilité technique. Les candidats doivent prendre l'initiative, proposer un plan d'attaque ou, si le problème semble difficile, tester l'énoncé sur des cas particuliers et éventuellement dessiner des figures pour donner forme à son intuition, ce qui peut s'avérer utile même hors du cas évident d'un problème de géométrie. Face à un exercice difficile, le candidat est censé réagir de façon cohérente et intelligente en s'inspirant des situations plus communes qu'il a déjà rencontrées, ou de cas particuliers intéressants plus accessibles. L'examinateur peut alors choisir de le laisser développer une stratégie de résolution (si tant est qu'elle soit bien mise en œuvre, quand bien même celle-là ne fût pas la plus efficace), ou au contraire l'aiguiller vers des arguments plus adaptés, dont le développement peut se révéler plus gratifiant.

Un candidat doit donner des réponses claires et directes aux questions posées. Une bonne formulation doit conjuguer clarté, concision et précision. Le candidat doit structurer sa réflexion et formuler avec précision des arguments complets. Il vaut mieux, avant de s'exprimer, faire une courte pause pour rassembler ses idées. Par ailleurs, il faut prendre le temps de la réflexion et ne pas se lancer dans des calculs sans objet.

Mentionnons encore une tendance récente qui nuit au déroulement de la pensée mathématique et à la discussion avec l'examineur : certains candidats rechignent à écrire des propriétés mathématiques précises au tableau, et parfois même se contentent d'un bavardage en guise de démonstration. Une variante de ce phénomène est la réticence à calculer. Il est tout à l'honneur d'un candidat de réfléchir si un argument abstrait permet de court-circuiter un calcul, mais on s'attend aussi à ce que le candidat sache juger de la pertinence de cette réflexion.

Lorsque l'examineur dicte l'énoncé de l'exercice, le candidat ne doit pas essayer de le reformuler ou d'utiliser abusivement des abréviations : ceci mène le plus souvent le candidat à écrire une question qui n'est pas celle qui lui a été posée. Le candidat doit écrire au tableau l'énoncé dans les termes exacts dictés par l'examineur. Ceux-ci ont toujours été choisis par les examinateurs avec soin et précision.

Arrive aussi que l'examineur demande qu'un argument soit clarifié, sans pour autant que la stratégie du candidat soit remise en cause : certains candidats surréagissent à ces observations alors que l'examineur ne voulait qu'infléchir le cours de leur réflexion.

Venons-en enfin aux mathématiques elles-mêmes. Nous avons constaté les manques suivants chez de nombreux candidats :

- Raisonnements : Il se confirme que certains raisonnements sont en retrait. Il en est ainsi de la combinatoire (certains candidats allant jusqu'à affirmer que le cardinal de  $E^n$  est  $n \times \text{Card}(E)$ ), ce qui compromet de nombreuses démonstrations en algèbre ou en probabilités.
- Cours : Les examinateurs ont noté des manquements sur des points fondamentaux du cours de certains candidats : le théorème des accroissements finis, la convergence uniforme, le théorème de Bienaymé-Tchebychev, la manipulation de valeurs absolues... Toute partie du programme peut faire l'objet d'un exercice, notamment le programme de première année. "Nous n'avons pas traité ces sujets en cours" ou "nous n'avons pas l'habitude de telles matrices », ne saurait en aucun cas être une excuse pour l'ignorance des candidats.
- Dessins : La réticence des candidats à faire le moindre dessin est préoccupante, que ce soit pour guider un raisonnement sur une marche aléatoire, ou autre. Dans le même ordre d'idée, l'algèbre linéaire semble souvent comprise de façon formelle, déconnectée de la géométrie.
- Savoir-faire : Les examinateurs attendent que les candidats soient capable de calculer l'aire d'une couronne, de représenter graphiquement une fonction simple, calculer  $\arctan(1)$ , de trouver un équivalent de  $\arctan(x) - \pi/2$  en  $+\infty$ , de calculer le polynôme caractéristique d'une matrice nilpotente, le nombre de paires de sous-ensembles  $(A, B)$  de  $\{1, \dots, n\}$  tels que  $A$  est inclus dans  $B$ , n'oublie pas une constante dans les primitives...
- Savoir-faire (suite) : En MP, on attend aussi que les candidats puissent, avec des indications, reconnaître une matrice de permutation, mettre en œuvre une extraction diagonale pour des suites...
- Recul : On aimerait que les candidats fassent appel à leur intuition pour détecter d'éventuelles erreurs de calculs : les examinateurs ont par exemple été surpris de voir apparaître des probabilités négatives ou strictement plus grandes que 1...
- Abréviations : Des candidats utilisent des abréviations au tableau, qui conduisent parfois à des confusions. Par exemple est-ce que v.p. signifie valeur propre ou vecteur propre ?

- Problèmes de logique : Il est fâcheux de rencontrer des candidats ne sachant pas exprimer la négation d'une proposition mathématique. Par exemple, le fait qu'une fonction ne tend pas vers 0 à l'infini, ne signifie pas qu'elle admet une limite non-nulle à l'infini. Plusieurs candidats utilisent encore l'ancienne terminologie « analyse/synthèse » et s'y rattachent comme à une bouée de sauvetage, sans pour autant que cela les aide à résoudre le problème posé. Ils prononcent ces mots comme s'ils avaient eu une idée et ceci ne manque pas de laisser les examinateurs perplexes... L'usage de cette terminologie induit d'ailleurs parfois les candidats à commettre des erreurs de logique élémentaire.
- Bien que l'on ne s'attende pas à ce que les candidats soient des virtuoses du calcul, on aimerait qu'ils montrent une certaine familiarité avec des opérations élémentaires et sachent par exemple sans erreur
  - calculer le produit de deux matrices élémentaires ;
  - faire des opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice, et en connaître l'interprétation matricielle ;
  - déterminer la dimension de l'espace des solutions d'une équation différentielle linéaire élémentaire ;
  - déterminer la composée de deux symétries orthogonales du plan.

On conclura en remarquant qu'on trouve cependant de très bons candidats échappant à toutes ces critiques. Certains montrent même un enthousiasme rafraîchissant pour ce beau sujet qu'est la mathématique et interagissent de manière constructive avec les examinateurs. Nous espérons que ces quelques conseils (auxquels pourront s'ajouter ceux contenus dans les rapports des années précédentes) permettront d'en augmenter le nombre.

Les notes des candidats français se répartissent de la manière suivante :

#### MP

$0 \leq N < 4$	1	0,24%
$4 \leq N < 8$	33	7,89%
$8 \leq N < 12$	156	37,32%
$12 \leq N < 16$	178	42,58%
$16 \leq N \leq 20$	50	11,96%
Total	418	100%
Moyenne	11,98	
Ecart-type	3,12	

#### PC

$0 \leq N < 4$	1	0,32%
$4 \leq N < 8$	53	16,77%
$8 \leq N < 12$	122	38,61%
$12 \leq N < 16$	98	31,01%
$16 \leq N \leq 20$	42	13,29%
Total	316	100%
Moyenne	11,35	
Ecart-type	3,62	

#### PSI

$4 \leq N < 8$	12	10,71%
$8 \leq N < 12$	46	41,07%
$12 \leq N < 16$	45	40,18%
$16 \leq N \leq 20$	9	8,04%
Total	112	100%
Moyenne	11,57	
Ecart-type	2,99	