

## Épreuves orales de Mathématiques, Filière PC

Les paragraphes suivants rassemblent les impressions qu'ont laissées aux examinateurs de mathématiques les oraux de l'édition 2021 du concours. Ils contiennent aussi des indications générales sur le déroulement d'un oral.

Les examinateurs espèrent que les candidats malheureux de cette année trouveront dans ce rapport un début d'explication pour leur échec et que sa lecture permettra aux candidats du concours de 2022 d'aborder les oraux dans de bonnes conditions.

Depuis la session 2015, les nouveaux programmes sont appliqués lors des oraux du concours. Il est important de rappeler que l'épreuve orale porte sur l'ensemble du programme, y compris la théorie des probabilités. Bien évidemment les exercices sont minutieusement conçus pour que seuls les théorèmes du programme suffisent à leur résolution.

\*\*\*

Commençons par la répartition des moyennes et des écarts-type par commission, des candidats français :

- 1<sup>ère</sup> com. : 145 candidats pour une moyenne de 11,84/20 avec un écart-type de 3,00
- 2<sup>ème</sup> com. : 147 candidats pour une moyenne de 11,70/20 avec un écart-type de 3,11
- 3<sup>ème</sup> com. : 145 candidats pour une moyenne de 11,53/20 avec un écart-type de 3,22

L'oral de mathématiques a pour but d'évaluer la compréhension qu'a le candidat des concepts et méthodes fondamentaux du programme de mathématiques.

Pendant l'interrogation, **l'autonomie du candidat est particulièrement importante**. L'examinateur apprécie la capacité de ce dernier à avancer ainsi que son aptitude à imaginer des stratégies et à faire preuve d'agilité technique.

Le candidat ne doit pas s'attendre à un oral "linéaire" guidé par l'examinateur. **Il doit prendre l'initiative**, tester des cas plus simples lorsque c'est possible, si le problème lui semble difficile et ne pas hésiter à s'appuyer sur des figures notamment pour la géométrie. Il est rappelé qu'il ne sert souvent à rien de foncer "tête baissée" dans un exercice et que remplir un tableau ne garantit en rien de réussir.

Les premières minutes de l'évaluation sont le temps de la réflexion et l'examinateur laisse volontairement la main au candidat : le dialogue doit être engagé par le candidat, l'examinateur n'étant pas là pour débloquer de suite un exercice difficile. Par contre en cas d'incompréhension autour d'un terme de l'énoncé, il ne faut pas hésiter à demander des précisions à l'examinateur : si un terme utilisé par l'examinateur n'est pas connu du candidat, ce dernier doit lui demander de le définir, même s'il s'avère que ce terme est au programme.

Lancer au hasard des mots-clefs ou des propositions plus ou moins précises et guetter l'attitude de l'examineur ne saurait être une stratégie de succès. Un candidat doit donner des **réponses claires et directes** aux questions posées. Une bonne formulation doit conjuguer clarté, concision et précision : parfois il peut être utile d'écrire puis d'expliquer à l'examineur plutôt que de parler sans arriver à formuler correctement...

Le candidat doit **structurer sa réflexion et formuler avec précision des arguments complets**, faire une courte pause pour rassembler ses idées. Au tout début de l'interrogation notamment, l'examineur est occupé par des tâches administratives (vérifier l'identité du candidat, recopier son nom ainsi que l'énoncé...) et ces quelques minutes doivent être mises à profit par le candidat pour trouver son calme, se concentrer et réfléchir seul au problème. Les interventions des candidats désireux de dire quelque chose quelques secondes après que l'énoncé est posé sont rarement pertinentes et amènent parfois à de graves erreurs de raisonnement.

Par ailleurs, il faut **prendre le temps de la réflexion** et ne pas se lancer dans des calculs sans objet. On s'attend à ce que le candidat s'interroge sur la pertinence de ses calculs et explique ce qu'il a l'intention de faire avant de les commencer et ce notamment afin de repérer d'éventuelles erreurs qui en seront d'autant plus faciles à rectifier

\*

Rappelons que pendant l'unique oral de mathématiques en filière PC, les examinateurs sont souvent amenés à poser plusieurs exercices, afin de se faire une idée la plus précise du niveau global du candidat. Par conséquent, **traîner volontairement en longueur lors d'un premier exercice facile, dans l'espoir qu'il s'agisse là de l'intégralité du sujet de l'oral, ne pourra en aucun cas assurer une bonne note au candidat**. À l'inverse, si un candidat répond rapidement à plusieurs questions et se retrouve par la suite bloqué devant un exercice plus difficile, cela ne signifie pas que sa note s'en trouvera très affectée.

Lorsque l'examineur dicte l'énoncé de l'exercice, le candidat ne doit pas essayer de le reformuler ou d'utiliser abusivement des abréviations : ceci mène le plus souvent le candidat à écrire une question qui n'est pas celle qui lui a été posée. **Le candidat doit écrire au tableau l'énoncé dans les termes exacts dictés par l'examineur**. Ceux-ci ont toujours été choisis par les examinateurs avec soin et précision.

**Idéalement, l'examineur ne fait que réagir aux initiatives du candidat**. Il pourra par exemple décider de le décourager de se lancer dans des calculs inutilement compliqués ou aider le candidat à constater qu'il a fait une erreur. Les questions de l'examineur ne doivent pas être prises à la légère par le candidat et un simple oui ou non proposé au hasard pour s'en débarrasser ne saurait satisfaire l'examineur, qui a toujours une raison précise pour poser ces questions. En particulier, si l'examineur propose une autre voie que celle du candidat, ce dernier devrait sans doute essayer de comprendre la suggestion de l'examineur, qui ne prend la parole que pour l'aider.

Arrive aussi que l'examineur demande qu'un argument soit clarifié, sans pour autant que la stratégie du candidat soit remise en cause : certains candidats surréagissent à ces observations alors que l'examineur ne voulait qu'infléchir le cours de leur réflexion.

Enfin, s'il arrive que l'examineur indique la solution d'un problème en fin d'oral ou corrige lui-même une erreur, il est ennuyeux de voir le candidat reprendre ses propos pour donner l'illusion qu'il est lui-même parvenu à cette solution. Les candidats ne doivent pas non plus être surpris si la planche s'arrête au milieu d'un exercice ou si l'examineur ne donne pas la solution à l'exercice. **Il est par ailleurs inutile de demander un autre exercice sous prétexte de ne pas réussir le premier**.

Venons-en enfin aux mathématiques elles-mêmes. Nous avons constaté les manques suivants chez de nombreux candidats (certains sont récurrents) :

- *Lacunes sur certaines parties du programme.* Toute partie du programme peut faire l'objet d'un exercice, notamment le programme de première année. "Nous n'avons pas traité ces sujets en cours" ou "nous n'avons pas l'habitude de telles matrices", ne saurait en aucun cas être une excuse pour l'ignorance des candidats.
- *Importance des hypothèses.* Même si certaines hypothèses sont parfois faites pour simplifier les énoncés, on s'attend à ce que le candidat qui ne les utiliserait pas s'interroge sur la validité de sa méthode. Souvent, les hypothèses faites sont essentielles.
- *Précipitation.* Se lancer à l'aveugle dans des calculs sans prendre le temps de la réflexion est contre-productif. Par exemple, lorsqu'il s'agit de montrer qu'une fonction est croissante, on ne doit pas systématiquement chercher à calculer sa dérivée, une démarche qui peut ne pas avoir de sens. De même, avant de considérer une intégrale, le candidat devra vérifier qu'elle est bien définie.
- *Recul.* On aimerait que les candidats fassent appel à leur intuition pour détecter d'éventuelles erreurs de calculs : les examinateurs ont par exemple été surpris de voir apparaître des probabilités négatives ou strictement plus grandes que 1...
- *Abréviations.* Des candidats utilisent des abréviations au tableau, qui conduisent parfois à des confusions. Par exemple est-ce que v.p. signifie valeur propre ou vecteur propre ?
- *Problèmes de logique.* Il est fâcheux de rencontrer des candidats ne sachant pas exprimer la négation d'une proposition mathématique. Par exemple, le fait qu'une fonction ne tend pas vers 0 à l'infini, ne signifie pas qu'elle admet une limite non-nulle à l'infini. Plusieurs candidats utilisent encore l'ancienne terminologie « analyse/synthèse » et s'y rattachent comme à une bouée de sauvetage, sans pour autant que cela les aide à résoudre le problème posé. Ils prononcent ces mots comme s'ils avaient eu une idée et ceci ne manque pas de laisser les examinateurs perplexes... L'usage de cette terminologie induit d'ailleurs parfois les candidats à commettre des erreurs de logique élémentaire.
  - Les exercices se référant à la continuité des fonctions et l'usage des quantificateurs ont été révélateurs de lacunes fort dommageables pour les candidats.
- Dans le même ordre d'idées, les candidats doivent prendre garde à la signification des objets qu'ils manipulent : on a vu par exemple des compositions d'applications linéaires dénuées de sens...
- Savoir résoudre une équation du second degré à coefficients complexes ne devrait pas poser problème à ce niveau du concours...
- Trop de candidats ont rencontré des difficultés avec l'inégalité de Cauchy-Schwarz (énoncé erroné, méconnaissance du cas d'égalité), et plus généralement dans la manipulation des inégalités.
- Les candidats doivent connaître le rang d'une symétrie, et ne pas confondre symétrie et matrice symétrique. Ou même symétries et projecteurs...
- Les candidats doivent connaître les éléments du groupe orthogonal en dimension 2, savoir que le déterminant n'est pas une application linéaire en dimension supérieure ou égale à 2.
- Bien que l'on ne s'attende pas à ce que les candidats soient des virtuoses du calcul, on aimerait qu'ils montrent une certaine familiarité avec des opérations élémentaires et sachent par exemple sans erreur
  - calculer un déterminant  $3 \times 3$
  - calculer rapidement le polynôme caractéristique d'une matrice  $2 \times 2$  ;
  - faire des opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice, et en connaître l'interprétation matricielle ;
  - caractériser les racines de polynôme
  - déterminer la dimension de l'espace des solutions d'une équation différentielle linéaire élémentaire ;

- savoir positionner des racines énièmes de l'unité sur un cercle.
- calculer l'intersection de cercles
- Si, lors de l'étude d'un polynôme, des informations portent sur ses racines, les candidats ne doivent pas oublier de considérer une écriture factorisée de ce polynôme.

Par ailleurs **nous tenons à signaler l'apparition de nombreuses erreurs de calcul lorsque les calculs font plus de 3 lignes ainsi que des difficultés à utiliser les quantificateurs**, ceci pouvant peut-être être partiellement dû à un manque de pratique lié au contexte sanitaire.

On conclura en remarquant que même des candidats à fort potentiel n'échappent pas à ces critiques et que les très bons candidats se font plus rares en dépit d'un enthousiasme certain pour les mathématiques. Nous espérons que ces quelques conseils (auxquels pourront s'ajouter ceux contenus dans les rapports des années précédentes) permettront d'en augmenter le nombre.