

Filière Universitaire Française (FUF)

Épreuves orales de Mathématiques (1H)

L'épreuve consiste en une interrogation orale d'une heure pendant laquelle le candidat doit résoudre au tableau les exercices posés par les examinateurs. Les exercices portent sur le programme dispensé au candidat au cours de son cursus universitaire¹. Plus précisément, les thématiques abordées pendant l'oral sont celles vues en L3, mais une maîtrise parfaite des notions vues les années précédentes est exigée. Quand le programme fourni par le candidat l'a permis, le jury a interrogé aussi bien en probabilités et statistiques qu'en calcul différentiel, intégration, analyse complexe, optimisation, théorie des groupes, ou encore en analyse de Fourier.

Typiquement, un oral consiste en deux exercices sur deux parties distinctes du programme. Les exercices ne sont pas en général des applications triviales des cours et le jury n'attend donc pas une résolution immédiate des exercices mais plutôt l'établissement d'un dialogue constructif qui permet de tester les connaissances du candidat.

La place des mathématiques à l'École Polytechnique a toujours été importante et on attend donc des candidats qui choisissent comme majeure les mathématiques au concours une véritable maîtrise des mathématiques de la L3. Certains candidats sont très bien préparés et proviennent majoritairement d'universités où des colles sont données. L'exercice de l'oral n'est pas quelque chose que l'on peut facilement improviser et les candidats doivent s'y préparer. Les prestations les moins bonnes sont essentiellement dues à la non maîtrise de notions fondamentales, au manque de réflexes et à des lacunes concernant des techniques classiques.

Quelques points saillants cette année :

- La définition de l'intégrabilité d'une fonction à valeurs réelles ou complexes est souvent mal maîtrisée. Beaucoup de candidats ont tourné autour de la question de la définition d'intégrales impropres (le cas du sinus cardinal par exemple).
- La recherche d'un extremum d'une fonction continue de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} par un argument de compacité, pour peu que l'on arrive à localiser un tel extremum sur une partie bornée, a posé des problèmes à nombre de candidats.
- Le théorème de Cauchy-Lipschitz est souvent mal énoncé et peu compris, avec notamment l'oubli du rôle de la condition initiale. En guise d'illustration, les candidats se sont majoritairement révélés incapables de prouver le fait pourtant classique que les zéros d'une solution non nulle d'une équation différentielle d'ordre 2 vérifiant les hypothèses du théorème de Cauchy-Lipschitz soient isolés.
- La théorie des groupes, quand elle est abordée, pose de gros problèmes aux candidats. Par exemple, voir l'action d'un élément d'un groupe sur le groupe lui-même par multiplication à gauche comme une permutation de ce groupe a posé problème à certains candidats.
- Les candidats doivent savoir calculer des séries géométriques qui ne commencent pas en zéro sans y passer trop de temps !
- Les arguments de densité sont souvent explicités de façon séquentielle alors qu'il est parfois plus simple d'approcher à ε près que de passer par des suites.
- Les fautes d'orthographe et de grammaire lors de la dictée des exercices ont été fort nombreuses et laissent souvent une mauvaise (première) impression aux membres du jury.

¹ Il est impératif que les candidats fournissent un programme précis et détaillé au jury, qui s'appuie intégralement dessus pour bâtir les exercices.