

## Composition de Physique A, filière PC (XE)

Le sujet, intitulé *Flotter sous un liquide en lévitation*, proposait d'étudier la possibilité de faire léviter un liquide et d'y faire flotter un navire la tête en bas. Il se basait sur un travail de recherche récent, mené par une équipe de recherche française de l'Ecole supérieure de Physique et Chimie Industrielles de la ville de Paris et publié en 2020 (B. Apffel *et al.*, *Floating under a levitating liquid*, Nature, 585, 48-52, (2020)). Ce sujet permettait de tester les connaissances des candidat(e)s sur une partie importante du programme de physique des classes préparatoires. Il nécessitait une mise en pratique des notions acquises en première et deuxième années des classes préparatoires et relatives à la statique et la dynamique des fluides (loi fondamentale de l'hydrostatique, poussée d'Archimède, calcul d'un champ de pression, écoulement irrotationnel et incompressible), la thermodynamique (détente isotherme d'un gaz parfait) et la mécanique du point (force d'inertie, calcul du travail d'une force, énergie potentielle d'une force conservatrice, principe fondamental de la dynamique, oscillateur harmonique, système forcé et résonance mécanique). Il se composait de quatre parties distinctes de difficultés assez comparables et qui pouvaient être traitées de manière relativement indépendante. L'énoncé de ces quatre parties était précédé d'un texte introductif d'une dizaine de lignes, accompagné d'une photo, tirée de l'article, illustrant le phénomène étudié.

La première partie du problème étudiait le comportement d'une bulle d'air immergée dans un bain liquide mis en vibration verticale. La deuxième se focalisait sur la réponse mécanique du liquide en lévitation sur une couche d'air dans le récipient en vibration. La troisième partie visait à décrire la stabilité de l'interface liquide-air supérieure dans le récipient tout d'abord immobile puis sous vibration verticale ainsi que la stabilité de l'interface liquide-air inférieure dans cette dernière configuration expérimentale. La quatrième et dernière partie s'intéressait à l'équilibre d'un flotteur sur le liquide dans le récipient immobile puis d'un flotteur sur ce même liquide et sous celui-ci lorsque le récipient est mis cette fois sous vibration verticale.

Chaque partie du problème comportait des questions de cours ou d'application directe du cours ainsi que quelques questions nécessitant plus de réflexion. Quelques applications numériques et des estimations d'ordre de grandeur étaient demandées ainsi que l'analyse de deux figures expérimentales tirées de l'article étudié. L'immense majorité des candidat(e)s a pu aborder chacune des quatre parties du problème.

Pour les 1327 candidat(e)s (toutes nationalités confondues) ayant passé l'épreuve, la moyenne des candidat(e)s français(e)s est de 9,33 avec un écart type de 3,57. Pour les candidat(e)s de nationalité étrangère, la moyenne est de 8,11 et l'écart type de 3,7.

## Remarques générales :

Comme chaque année, il nous semble important de rappeler quelques règles générales, qui bien qu'évidentes restent toujours méconnues de nombreux(ses) candidat(e)s:

- Soigner son expression écrite et ne pas rédiger dans un langage approximatif, indigne de futur(e)s ingénieur(e)s. Eviter les erreurs grammaticales et orthographiques qui nuisent véritablement à la lecture et à la compréhension des explications données pour justifier un raisonnement ou un résultat. De telles erreurs affectent nécessairement l'évaluation globale de la copie.
- Bien s'appliquer, ne pas négliger la forme et la tenue générale de sa copie et produire une écriture déchiffrable afin de faciliter le travail du correcteur.
- Bien lire le texte d'énoncé de chaque question et notamment analyser la signification des verbes employés, afin de comprendre le niveau de la réponse attendue. Par exemple *Rappeler une expression* ne nécessite pas de la démontrer.
- Vérifier systématiquement l'homogénéité des résultats obtenus. Cette démarche permet souvent de s'affranchir d'erreurs stupides, comme par exemple des erreurs typographiques.
- Présenter un résultat numérique avec les unités physiques correctes et indiquer explicitement ces unités. Veiller à ce que le nombre de décimales significatives données soit en adéquation avec la précision des données numériques fournies par l'énoncé.
- Toujours justifier les hypothèses faites et invoquer les principes appliqués lors d'un raisonnement. Des résultats obtenus sans aucune justification ne sont pas considérés valides. Penser à définir de manière très explicite les variables introduites pour mener à bien un calcul.
- Ne pas négliger les applications numériques demandées car celles-ci constituent une part importante du nombre total de points attribués dans l'évaluation finale.
- Les questions demandées ne sont pas un commentaire de texte et les réponses ne doivent pas être une paraphrase de celui-ci. Pour chaque question, une réponse argumentée, s'appuyant sur un raisonnement physique rigoureux, est attendue.

## Commentaire détaillé de l'épreuve.

### Partie I- Comportement d'une bulle dans un bain en vibration

1 Question de cours. La démonstration de l'expression de la pression à la profondeur  $D$  n'était pas explicitement demandée. Quelques copies présentent une erreur de signe devant

le terme  $\rho_l g D$ , qu'il aurait été pourtant facile d'éviter en notant que la pression doit augmenter avec la profondeur.

**2** Un certain nombre de candidat(e)s, faisant preuve de peu de recul, ont réagi de manière Pavlovienne à l'énoncé de cette question et à la notation,  $H$ , utilisée pour désigner la longueur caractéristique. Il(elle)s ont utilisé le modèle de l'atmosphère isotherme pour déterminer cette longueur alors que le fluide considéré était de l'eau, un liquide supposé incompressible. De manière surprenante, certain(e)s n'ont pas jugé utile de donner l'ordre de grandeur de cette longueur caractéristique, pourtant explicitement demandé, alors que l'application numérique ne présentait aucune difficulté.

**3** Question de cours avec un taux de bonnes réponses très important. La démonstration n'était pas demandée. Les copies donnant de mauvaises réponses englobent dans l'expression de la poussée d'Archimède le poids de la bulle d'air ou alors assimilent celle-ci à l'opposé du poids de la bulle d'air et non du liquide déplacé. Notons qu'il convient d'explicitier le sens d'orientation de l'axe vertical,  $z$ , lorsque le vecteur  $\vec{e}_z$  est utilisé pour donner la direction de la poussée d'Archimède.

**4** Quelques candidat(e)s ont commis une erreur de signe lorsqu'il(elle)s expriment la force d'inertie d'entraînement en fonction de l'accélération d'entraînement, alors qu'il s'agissait pourtant d'une simple question de cours. Un nombre relativement important de copies se limitent à calculer la valeur algébrique de la force d'inertie d'entraînement sans donner son sens et sa direction.

**5** L'immense majorité des candidat(e)s a compris qu'il fallait pour déterminer l'expression de la pression dans le fluide, appliquer le principe fondamental de la dynamique à un élément de fluide au repos. Néanmoins, de manière surprenante, beaucoup de copies présentent une erreur de signe sur le terme relatif à la force d'inertie, malgré une réponse correcte à la question précédente. La seconde partie de la question, relative à l'obtention de l'expression modifiée de la poussée d'Archimède a été nettement moins bien traitée avec seulement environ un tiers de bonnes réponses.

**6** Question simple. Quelques candidat(e)s pour déterminer l'expression du volume de la bulle à la pression  $P_1$ , ont utilisé de manière erronée la loi de Laplace des gaz parfaits alors que l'énoncé explicitait que la transformation subie par le gaz était isotherme.

**7** Pour répondre correctement à cette question, il fallait avoir préalablement établi l'expression correcte de la poussée d'Archimède modifiée et celle du volume de la bulle à la profondeur  $D$ , aux questions 5 et 6, respectivement. Pour cette raison, cette question s'est révélée discriminante. Certain(e)s candidat(e)s ne parvenant pas à obtenir la correction au résultat statique avec un terme proportionnel en  $Z(t)^2$ , du fait soit d'une erreur sur l'expression de la pression  $P_1$  ou sur celle de la poussée d'Archimède modifiée, proposent de manière assez judicieuse de pousser le développement limité du volume de la bulle à l'ordre 2. Deux ou trois excellentes copies ont souligné le fait qu'en toute rigueur, si l'on ne négligeait pas la

masse volumique de l'air devant celle du liquide, il fallait alors pousser le développement limité du volume à l'ordre 2 pour obtenir une expression correcte de la valeur moyenne de la poussée d'Archimède modifiée. Dans quelques copies, la valeur moyenne du carré de la fonction cosinus n'est pas connue et est calculée de manière incorrecte.

**8** La condition d'équilibre de la bulle d'air est très souvent mal écrite ou énoncée. Ainsi, un nombre important de copies prennent en compte le poids de la bulle d'air dans le bilan des forces s'appliquant sur celle-ci, mais omettent la force d'inertie. Comme la masse volumique de l'air est négligeable devant celle du fluide, il suffisait d'écrire que la condition d'équilibre correspondait à l'annulation de  $\langle \overrightarrow{F_A}(t) \rangle$ . L'expression finale de  $D^*$  en fonction de  $\gamma$  et  $H$  est très souvent fautive en raison de l'utilisation dans les calculs intermédiaires de résultats erronés établis lors des questions précédentes.

**9** Peu de bonnes réponses à cette question qui nécessitait pour sa résolution une bonne réponse à la question 8.

**10** Peu de candidat(e)s pensent à vérifier les deux approximations faites séparément. La plupart se contentent simplement de remarquer qu'il y a un bon accord entre le modèle théorique de la Figure 1 et les données expérimentales.

**11** Bien que cette question soit totalement indépendante des questions précédentes, elle a été relativement peu traitée. Certains candidat(e)s ne calculent pas la fréquence des oscillations, explicitement demandée dans l'énoncé et se limitent dans leur réponse à la pulsation,  $\omega$ , qu'il(elle)s expriment très souvent d'ailleurs en  $H\omega$ .

## Partie II- Liquide en lévitation sur une couche d'air

**12** Certain(e)s candidat(e)s utilisent la relation de Laplace des gaz parfaits, uniquement valable pour une transformation adiabatique réversible subie par un gaz parfait (système fermé) alors que la transformation est isotherme. Bien que l'énoncé indique que  $|z| \ll h_a$ , peu pensent à exprimer le résultat final,  $\delta P$ , sous sa forme linéaire développée en  $\frac{z}{h_a}$ . Concernant la force de rappel, rappelons qu'il s'agit d'un vecteur. Trop souvent son orientation et son sens ne sont pas indiqués dans la réponse finale. Certain(e)s candidat(e)s, sous l'effet du stress probablement, utilisent la formule  $\delta P = F.S$  pour déterminer la force de rappel à partir de la variation de pression.

**13** Dans un grand nombre de copies, l'expression de la pulsation propre d'un ressort est démontrée alors que cela n'était pas nécessaire (*Rappeler* ne veut pas dire *Démontrer*). Une simple vérification de l'homogénéité de la formule établie pour la pulsation propre des oscillations verticales du liquide aurait permis à de nombreux(es) candidat(e)s d'éviter un résultat faux.

**14** Très peu de bonnes réponses. Beaucoup de candidat(e)s oublient le terme relatif à la force d'inertie excitatrice, ou commettent une erreur de signe sur celui-ci. La forme canon-

ique d'un oscillateur harmonique amorti est très souvent approximative et fautive. Ainsi, le préfacteur devant le terme dissipatif est parfois écrit de manière erronée sous la forme  $\frac{Q}{\omega_0}$ . Dans de nombreuses copies, la pulsation de la force d'inertie est égale à  $\omega_0$ .

**15** Bien que cette question puisse être traitée indépendamment des autres questions, de nombreux(ses) candidat(e)s ne l'ont pas abordée. Pour ceux/celles l'ayant faite, la détermination de la pulsation propre n'a pas posé de problème majeur. Néanmoins dans de nombreuses copies, la valeur numérique de celle-ci est exprimée en  $Hz$  et non pas en  $rad.s^{-1}$ . La détermination du facteur de qualité est en revanche nettement plus problématique. Beaucoup de ceux/celles la déterminant à partir de la bande passante à 3dB parviennent à un mauvais résultat soit du fait de l'utilisation d'une formule erronée:  $Q = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ , soit du fait qu'ils/elles pensent de manière inexplicite, à tort, que le gain est exprimé sur la Figure en  $dB$ . Très peu de candidat(e)s pensent à utiliser le fait que la valeur du gain maximal correspond à la valeur de  $Q$ .

## Partie III- Etude de la stabilité d'une interface liquide-air

### Partie III A- Surface supérieure du liquide dans un récipient immobile

**16** Très peu de bonnes réponses argumentées. Dans de nombreuses copies, les réponses données (sans justification) ne sont pas homogènes car du type  $\zeta \ll 1$ ,  $k \gg 1$  ou encore  $L_x/k \ll 1$ .

**17** Question relativement bien traitée. Notons cependant que dans un nombre assez important de copies, la vérification des conditions aux limites de la composante verticale de la vitesse est omise.

**18** Question bien traitée par l'immense majorité des candidat(e)s. L'erreur la plus courante a consisté à écrire  $v_z(L_x)=0$  plutôt que  $v_x(L_x)=0$ .

**19** Question très discriminante. Très peu de candidat(e)s ont pensé à intégrer la densité volumique d'énergie cinétique,  $\rho_l \sqrt{v_x^2 + v_z^2}/2$  sur le volume du liquide. Pour ceux l'ayant fait, certain(e)s ne pensent malheureusement pas à simplifier le résultat final en remarquant que  $e^{-kh_l} \rightarrow 0$  lorsque  $h_l \rightarrow \infty$ . Une simple vérification du signe du résultat final (une énergie cinétique est toujours positive!) et de son homogénéité aurait évité des erreurs de calculs d'intégration et permis d'assurer la totalité des points à cette question.

**20** Question peu traitée et très discriminante. Très peu de candidat(e)s ayant abordé cette question ont pensé à intégrer la densité volumique d'énergie potentielle,  $\rho_l gz$  sur le volume du liquide, en ne prenant en compte que le déplacement de celui-ci entre  $z=0$  et  $z=\zeta \cos kx$ . Beaucoup se contentent de donner une formule fautive sans démonstration et la plupart du temps non-homogène.

**21** Question très peu traitée et très discriminante dans la mesure où un nombre très restreint de candidat(e)s connaissaient les coordonnées curvilignes et la formule  $dS = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx dz$  qui n'était pas donnée dans l'énoncé. Quelques candidat(e)s ont néanmoins tenté de parvenir au résultat final en raisonnant qualitativement et dimensionnellement: nous les félicitons de cette approche. Certains proposent une énergie de la forme,  $E_s(t) = \alpha S k \zeta$  avec  $\alpha$  un coefficient numérique. Cette formule est homogène mais fautive, une simple réflexion sur la transformation de  $\zeta$  en  $-\zeta$  laissant invariante  $E_s$  aurait permis à ces candidat(e)s de comprendre que la puissance du terme  $k\zeta$  devait être paire. La notion de tension superficielle n'a pas posé de problème en soi et semble être bien assimilée.

**22** Les candidat(e)s ayant abordé cette question ont tou(te)s compris qu'il convenait d'utiliser la conservation de l'énergie du système pour établir l'équation différentielle régissant la cinétique de  $\zeta(t)$ . Un nombre très restreint d'entre eux/elles cependant parvient au bon résultat final, compte tenu d'expressions fausses établies aux questions 19, 20 ou 21. Dans de nombreuses copies, de manière surprenante et déroutante, l'équation d'un oscillateur harmonique est obtenue en dépit d'une expression fautive, linéaire en  $\zeta$ , pour l'énergie regroupant le terme de tension de surface et celui d'énergie potentielle de pesanteur.

### Partie III B- Surface supérieure du liquide dans un récipient en vibration

**23** Il convenait de noter que la condition établie à la question 11,  $\gamma \gg 1$ , correspondait à une situation où l'accélération d'inertie était beaucoup plus importante que l'accélération de pesanteur. Beaucoup de réponses imprécises et manquant de clarté.

**24** Question très mal traitée. De nombreu(ses)x candidat(e)s omettent le terme en gradient de la pression ou la force d'inertie volumique dans l'équation d'Euler. La plupart des démonstrations faites pour obtenir l'équation (2) sont totalement fausses dans leur raisonnement car elles supposent que la force d'inertie possède une composante suivant  $x$  alors qu'elle est orientée uniquement suivant  $z$ . Dans de nombreuses copies, il est écrit, à tort, que le gradient de la pression est nul car la pression est constante à la surface du fluide. Dans quelques copies, le résultat final est obtenu en projetant l'équation d'Euler sur l'axe horizontal,  $x$  et en utilisant pour la pression l'expression établie à la question 2.

**25** L'énoncé peu clair de cette question a induit de nombreu(ses)x candidat(e)s en erreur sur la nature de la réponse attendue. Il convenait tout simplement de vérifier que la forme proposée (similaire à celle du champ de vitesse étudiée à la question 17) permettait d'obtenir un écoulement irrotationnel et incompressible satisfaisant aux conditions aux limites. Beaucoup ont tenté sans y parvenir d'établir la forme exacte du champ de vitesse proposée à partir de l'équation d'Euler, et de l'équation (2).

**26** Peu de réponses correctes à cette question similaire à la question 19.

**27** Question très peu abordée.

### **Partie III C- Surface inférieure du liquide dans un récipient en vibration**

**28** Question relativement peu traitée bien que ne posant pas de problème majeur.

**29** Très peu de réponses à cette question. L'inversion du signe du terme de gravité n'est mentionnée que dans une petite dizaine de copies. La plupart des candidat(e)s ayant abordé cette question se limitent à affirmer que le terme  $A$  dans l'équation de dispersion doit être remplacé par  $A_l$ .

**30** Les quelques candidat(e)s ayant réfléchi à cette question ont tou(te)s compris qu'il fallait que le terme  $\Omega^2$  soit positif pour que le système soit stable. Néanmoins peu sont parvenu(e)s au résultat final correct car cette question nécessitait d'avoir répondu de manière correcte à de nombreuses questions préalables.

**31** Beaucoup de mauvaises réponses pour cette question. De nombreu(ses)x candidat(e)s ont pensé à tort qu'il fallait choisir la valeur de  $\omega$  telle que le déphasage soit nul ou que le gain soit minimal.

### **Partie IV- Équilibre d'un corps flottant**

#### **Partie IV A- Flotteur sur le liquide dans un récipient immobile**

**32** Question simple. De bonnes réponses dans l'immense majorité des copies.

**33** De nombreuses erreurs de signe sur les expressions des travaux de la force de pesanteur et de la poussée d'Archimède. Une vérification portant sur le sens d'orientation de chacune de ces deux forces et du déplacement effectué aurait permis d'éviter ce type d'erreur. Nous avons été surpris et déçus de constater qu'un nombre très important de candidat(es) ne connaissait pas la relation entre l'énergie potentielle et le travail d'une force conservative et commet une erreur de signe.

**34** Quelques candidat(e)s astucieu(ses)x, ayant des doutes sur la validité de leur réponse à la question précédente, sont néanmoins parvenu(e)s au résultat final en appliquant directement le principe fondamental de la dynamique au flotteur.

#### **Partie IV B- Flotteur sur le liquide puis sous le liquide dans un récipient en vibration**

Cette partie en toute fin du problème a été ignorée dans une grande majorité de copies.

**35** Peu de réponses correctes.

**36** Question peu examinée par les candidat(e)s. Dans de nombreuses copies, la force d'inertie n'est pas prise en compte dans le bilan des forces s'appliquant au flotteur.

**37** Question très peu traitée et rarement de manière complète. Les cas limites, lorsqu'ils sont examinés, sont cependant discutés correctement.

**38** Question ne présentant pas de grandes difficultés pour les candidat(e)s l'ayant abordé.

**39** Seules quelques excellentes copies se sont attaquées à cette question et y ont répondu avec succès.

**40** Seules quelques copies ont répondu à cette question finale.